1. SISSEJUHATAVALT SOOJUS- JA AINELEVI ALUSTEST

1.1. Soojus- ja ainelevi mõiste

Soojus- ja ainelevi füüsika on üks soojustehnika teoreetilisi põhialuseid.

Soojuslevi tähendab siseenergia kulgu mingis kehas või kehade süsteemis, mille põhjustab temperatuurivahe. Ühtlase temperatuuriga kehas või kehade süsteemis soojuslevi puudub.

Eristatakse kolme soojuslevi lihtvormi:

- juhtivuslik – toimub aineosade vahetu kontakti teel ja esineb tüüpiliselt tahketes kehades;
- konvektiivne – toimub aineosade segunemise ja kontakti kombinatsioonina ning esineb tüüpiliselt gaasi ja vedelike kihtides;
- kiirguslik – toimub elektromagnetilise lainenähtusena, levib tõkestamatult vaakumis ja hästi ka gaasilises keskkonnas.

Enamasti puutume inseneripraktikas kokku liitsoojuslevi juhtudega, kus peab arvestama mitme soojuslevi lihtvormi koostoimega.

Loodusnähtustes ja põllumajandussaaduste soojuslikul töötlemisel lisandub soojuslevile veel vedelike ja gaaside levi, mida nimetame üldistavalt ainelevikə.

Ainelevi esineb näiteks niiskumise, kuivamise, keemise, kondenseerumise, difusiooni ja sublimatsiooni protsessides. Ainelevi mõjutab reeglina soojuslevi intensiivsust ja seepärast peab soojus- ja ainelevi kompleksprotsesside lahendamisel sellega arvestama.

Eristatakse kahte ainelevi lihtvormi:

- molekulaarne – toimub kapillaarpoorsetes ja kolloidsetes kehades difusiooni teel;
- molaarne – toimub kapillaarpoorsete, kolloidsete ja mistahes märgunud kehade pinnal ning võib esineda segunemise, aurustumise, kondenseerumise või difusiooni protsessidena.

Käesolevas õpivahendis ei ole seatud eesmärgiks käsitleda ulatuslikke soojus- ja ainelevi kompleksprotsesse vaid on piirdutud ainelevi algmõistete autonoomse selgitusega 9. peatükis.

1.2. Soojusvool ja soojusvoog

Soojusvool Φ väljendab soojust, mis läbib teatud pinna ühes ajaühikus. Teisiti öeldes vastab soojusvool keskmisele soojuslevi võimsusele teatud pinnal suurusega A m^2. Soojusvoolu mõõtühik SI järgi – W.

Soojusvoog φ tähendab ühe pindalaühiku kohta tulevat soojusvoolu. Soojusvoo mõõtühik SI järgi – W/m^2. Soojusvoog võib esineda kas soojusvoolu keskmise tiheduse tähenduses – $\varphi = \Phi/A$ või pinnaelemendi dA lokaalse soojusvoona – $\varphi = d\Phi/dA$.

Et soojusvool ja soojusvoog on suunaga suurused, siis saab neid käsitleda vektoritena.

Soojusvool ja soojusvoog võivad olla ajas püsivad või muutuvad sõltuvalt keha(de) temperatuurist. Kui keha(de) temperatuur ajas ei muutu, on soojusvool(voog) püsiv ehk statsionaarne. Kui keha(de) temperatuur muutub (näiteks soojendamisel või jahutamisel), on ka soojusvool(voog) muutuv ehk mittestatsionaarne.

1.3. Soojuslevi vormid

Traditsiooniliselt eristatakse järgmisi soojuslevi lihtvorme: juhtivuslik, konvektiivne, kiirguslik.

Juhtivuslik ehk konduktiivne soojuslevi toimub erineva temperatuuriga ainekihtide vahetu kontakti kaudu. Soojusvoog juhtivusliku soojuslevi puhuks avaldatakse Fourier' valemist:

$$\varphi = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} . \qquad (1.1)$$

Konvektiivne soojuslevi esineb vedeliku või gaasi kihtides, kus konduktsiooni kõrval toimub vedeliku või gaasi kihtide keeriseline segunemine.

Tahke keha pinnal (vedeliku või gaasi kihis) toimuvat konvektiivset soojuslevi nimetatakse soojusülekandeks. Soojusülekandest tingitud soojusvoog arvutatakse Newtoni-Richmanni valemiga:

$$\varphi = \alpha \cdot \Delta t . \qquad (1.2)$$

Kiirguslik soojuslevi toimub elektromagnetlainete vahendusel. Kõik reaalsed kehad genereerivad ja neelavad soojuskiirgust. Genereeritud kiirgusvoog arvutatakse Stefani-Boltzmanni valemiga:

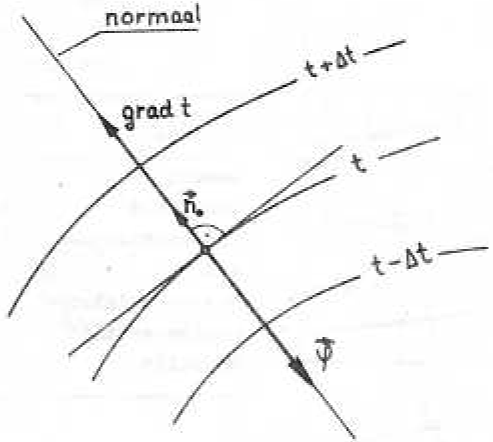
$$E = \varepsilon \sigma_0 T^4 . \qquad (1.3)$$

2. JUHTIVUSLIK SOOJUSLEVI

2.1. Temperatuuriväli

Juhtivusliku soojuslevi analüüs tahketes kehades taandub kehas kujuneva temperatuurivälja uurimisele. Temperatuuriväli võib olla püsiv (statsionaarne) – $t = f(x,y,z)$ või muutuv (mittestatsionaarne) – $t = f(x,y,z,\tau)$.

Temperatuurivälja üheks tähtsamaks parameetriks on temperatuurigradient. Temperatuurigradient on vektor (vt. joon. 2.1), mis asub isotermpinna elemendi normaali sihil ning on suunatud kõrgema temperatuuriga ruumi osa poole. Vastupidiselt temperatuurigradiendile on soojusvoo vektor suunatud madalama temperatuuriga ruumi osa poole.



Joon. 2.1. Temperatuurigradient ja soojusvoo vektor

Fourier' hüpoteesi põhjal on nende vektorite moodulid võrdsed ja seega:

$$\vec{\varphi} = -\lambda \vec{n}_0 \frac{\partial t}{\partial n} . \qquad (2.1)$$

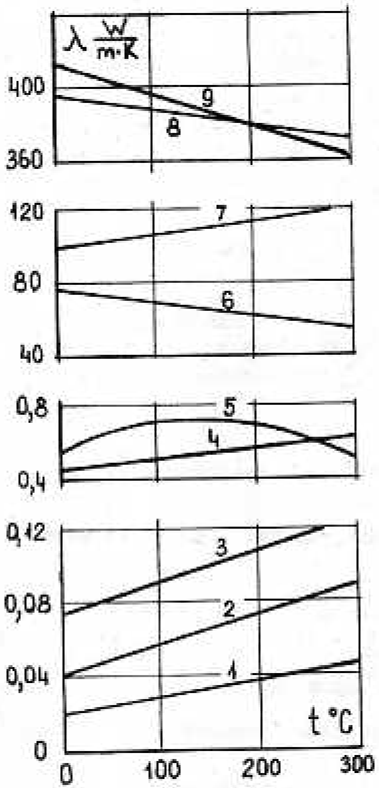
2.2. Soojusjuhtivustegur

Fourier' valemis (2.1) ja (1.1) kasutatud võrdetegur iseloomustab materjali või aine soojusjuhtivuslikku omadust, mis määratakse katsega (orienteerivalt vt. tabel 2.1).

Materjalide soojusjuhtivustegur sõltub temperatuurist, (vt. joon. 2.2.).

Parimad soojusjuhid on hõbe ja vask. Süsinikterasel $\lambda \simeq 50$ W/(m.K), legeeritud terastel pisut üle 10 W/(m.K). Temperatuuri tõustes puhaste metallide soojusjuhtivus väheneb, sulamitel aga suureneb.

Vedelike hulgas on vesi üks paremaid soojusjuhte – $\lambda \simeq 0,6$ W/(m.K).



Tabel 2.1. Soojusjuhtivustegu-ri ligikaudsed väärtused

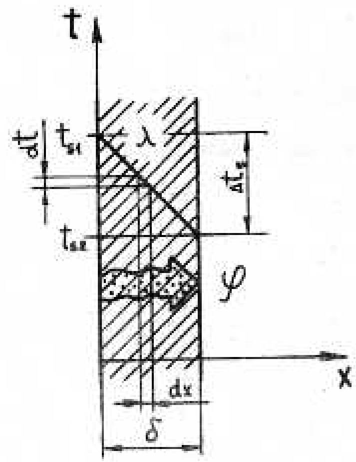
Aine või materjal	λ W/(m.K)
Gaasid	0,006...0,6
Vedelikud	0,09...0,7
Ehitusmaterjalid	0,02...3
Soojusisolatsioonimaterjalid	< 0,25
Metallid	7...490

Joon. 2.2. Materjalide soojusjuhtivustegur sõltuvalt temperatuurist: 1 – õhk, 2 ja 3 – mineraalvatt ρ = 150 kg/m³ ja 400 kg/m³, 4 – kuiv punane tellis, 5 – vesi, 6 – raud (Fe) 99,9%, 7 – valgevask, 8 – vask (Cu), 9 – hõbe (Ag)

Poorsete materjalide soojusjuhtivus on väike. Olulisel määral suureneb poorsete ja kapillaarpoorsete materjalide soojusjuhtivus nende niiskumisel.

2.3. Statsionaarse soojusvoo arvutus

2.3.1. Ühekihilise tasandseina paksus olgu δ ja seina materjali soojusjuhtivustegur λ = const., nagu näidatud joon. 2.3.



Joon. 2.3. Temperatuuri muut ühekihilises tasandseinas

Siis $\varphi = -\lambda \frac{dt}{dx}$, millest $dt = -\frac{\varphi}{\lambda} dx$ ning pärast integreerimist $t = -\frac{\varphi}{\lambda} x + C$ (lineaarne sõltuvus).
Ääretingimustel $x = 0$, $t = t_{s1}$ ja $x = \delta$, $t = t_{s2}$, saame
$$t_{s2} = -\frac{\varphi}{\lambda}\delta + t_{s1},$$
millest
$$\varphi = \frac{\lambda}{\delta}(t_{s1} - t_{s2})$$
või
$$\varphi = \frac{t_{s1} - t_{s2}}{\delta/\lambda} = \frac{\Delta t_s}{R_s} \qquad (2.2)$$

kus $R_s = \delta/\lambda$ on seina soojustakistus*.

Näide 2.1. Arvutada soojusvool hoone betoonseinas, kui seina paksus on 200 mm, pikkus 2 m ja kõrgus 2,5 m ning seina pinna temperatuurid t_{s1} = 20 °C ja t_{s2} = -10 °C.
Lahendus: Leiame tabelist betooni soojusjuhtivusteguri λ = 1 W/(m.K). Avaldame soojusvoolu valemist

$$\Phi = \frac{\lambda}{\delta}(t_{s1} - t_{s2})A$$

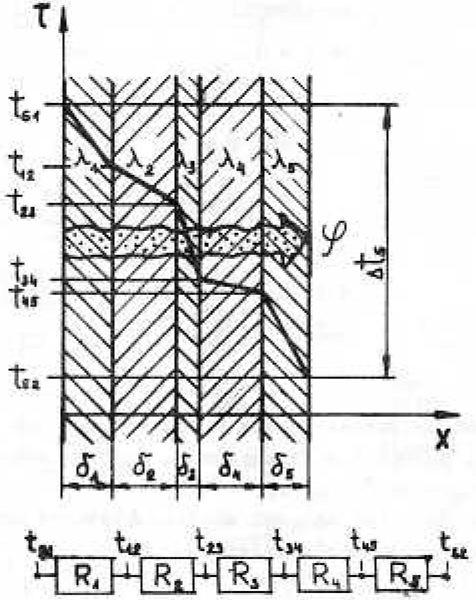
ja arvutame Φ = 1/0,2 [20-(-10)] 2.2,5 = 750 W.

2.3.2. Mitmekihilise tasandseina soojustakistuse moodustab soojuslik kihitakistuste summa. Seega saab n-kihilise seina puhuks soojusvoo avaldada järgmiselt:

*Täpsemalt – erisoojustakistus, sest on avaldatud seina pindala 1 m² kohta. Et antud õpivahendis seina kogutakistust kusagil ei kasutata, siis on siin ja edaspidi erisoojustakistus nimetatud lihtsalt soojustakistuseks.

$$\varphi = \frac{\Delta t_s}{\sum_{i=1}^{n} R_{si}} , \qquad (2.3)$$

kus $R_{si} = \delta_i/\lambda_i$ on ühe kihi soojustakistus.



Joon. 2.4. Temperatuuri muut mitmekihilises tasandseinas ja mitmekihilise soojusjuhi elektriline mudel statsionaarse soojuslevi puhuks

2.3.3. <u>Paksuseinalise silindri</u> (toru) välispind on sisepinnast suurem, kuid soojusvool neil pindadel ühesugune. Järelikult peab soojusvoog $\varphi = \Phi/A$ silindrilise seina raadiuse sihil muutuma.

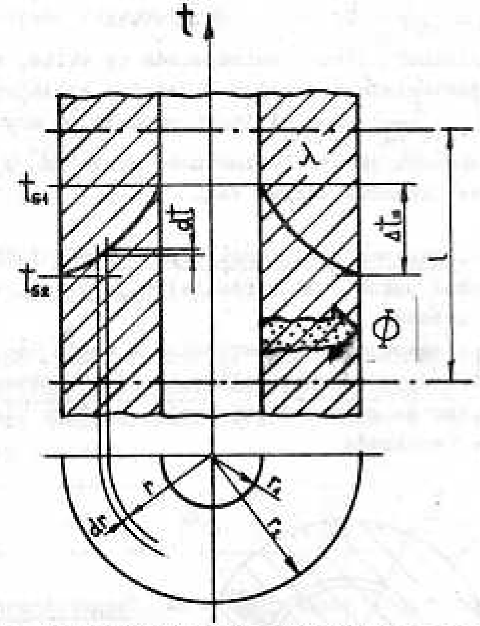
Fourier' valemi järgi silinderkoordinaatides (joon. 2.5):

$$\varphi = -\lambda \frac{dt}{dr}, \text{ millest}$$

$$dt = -\frac{\varphi}{\lambda} dr .$$

Pärast asendamist ($\varphi = \frac{\Phi}{2\pi r l}$) ja võrrandi integreerimist saame avaldada temperatuuri:

$$t = -\frac{\Phi}{2\pi l \lambda} \ln r + C .$$



Joon. 2.5. Temperatuuri muut silindrilises seinas

Ääretingimustel $r = r_1$, $t = t_{s1}$ ja $r = r_2$, $t = t_{s2}$

leiame $$t_{s1} - t_{s2} = \frac{\Phi}{2\pi l \lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} ,$$

millest $$\Phi = \frac{t_{s1} - t_{s2}}{R_s} = \frac{\Delta t_s}{R_s} ,$$

kus $R_s = \frac{1}{2\pi l \lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}$ on toru seina soojustakistus.

Kui toru on n-kihiline, siis

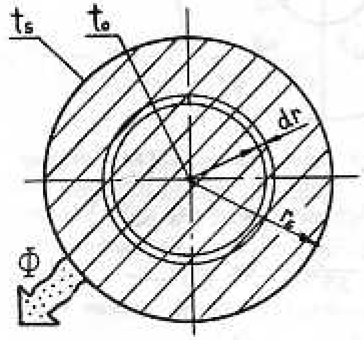
$$\Phi = \frac{\Delta t_s}{\sum_{i=1}^{n} R_{si}},$$

kus $R_{si} = \frac{1}{2\pi l \lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}$ on üksikkihi soojustakistus.

Kui silindri (toru) seinapaksus on väike, siis võib toru seina soojustakistuse arvutada laotatud silinderseina takistusena $R_s = \frac{\delta}{\lambda \cdot A_k}$, kus silindri pindala A_k arvutatakse silindri keskläbimõõdu järgi. Läbimõõtude suhte $d_2/d_1 \leq 1,5$ puhul annab selline lähendus tühise vea.

2.3.4. Sisesoojusallikaga lõputu varda (näiteks elektrijuhtme) puhul pakub huvi varda telje ja pinna temperatuurivahe ($t_o - t_s$) arvutus.

Olgu sisesoojusallika erivõimsus varda ühe ruumalaühiku kohta φ_V W/m^3, varda materjali soojusjuhtivustegur konstantne ning kogu vardas genereeritud soojus kantagu üle varrast ümbritsevasse keskkonda.



Joon. 2.6. Sisesoojusallikaga varda ristlõige

Varda 1 m pikkusel lõigul ühe ajaühiku kohta vabaneva soojushulga φ_l leiame Fourier' valemist:

$$\varphi_l = -\lambda 2\pi r \frac{dt}{dr}$$

ja teisiti $\varphi_l = \varphi_V \pi r^2$.

Siit $$dt = -\frac{\varphi_V}{2\lambda} r\,dr$$

ning pärast integreerimist

$$t_s - t_o = -\frac{\varphi_V}{4\lambda} r_s^2$$

või $$t_o - t_s = \frac{\varphi_l}{4\pi\lambda} .$$

3. KONVEKTIIVNE SOOJUSLEVI

3.1. Newtoni-Richmanni valem

Tahke keha pinnal kujunevas vedeliku või gaasi piirkihis esineb konvektiivne soojuslevi ehk soojusülekanne.

Soojusvoog soojusülekandele arvutatakse Newtoni-Richmanni valemiga järgmiselt:

$$\varphi = \alpha \cdot \Delta t \quad \text{ehk} \quad \varphi = \frac{\Delta t}{1/\alpha}, \qquad (3.1)$$

kus soojusülekandetegur $\alpha = \varphi/\Delta t$ tähendab keskmist soojusvoogu $\Delta t = 1$K kohta. Soojusülekandeteguri pöördväärtus $1/\alpha = R_p$ on soojuskandja* piirikihi soojustakistus.

Laminaarses alakihis (vt. joon. 3.1), kus soojuskandja kihid ei segune, on soojusvoog teatud täpsusega avaldatav Fourier' valemiga:

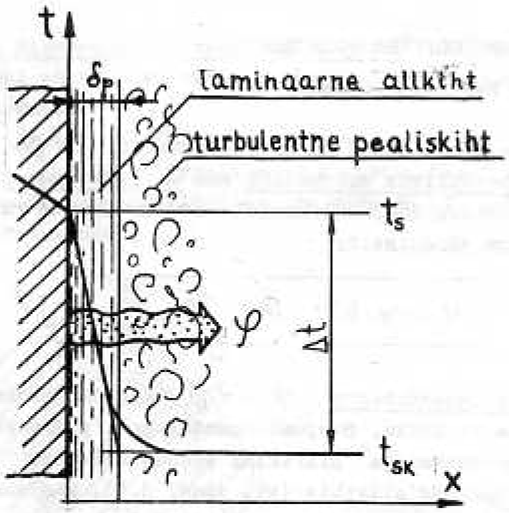
$$\varphi = \frac{\lambda_p}{\delta_p} \cdot \Delta t .$$

*Soojuskandja tähendab siin üldistavalt kõiki soojusülekandes osalevaid gaase või vedelikke.

Võrdlusest valemiga 3.1 selgub, et soojusülekandetegur on vaadeldav piirikihi soojusjuhtivusena − $\alpha = \lambda_p/\delta_p$.

Paraku piirikihi paksust δ_p ei ole võimalik mõõta, mistõttu suhtel λ_p/δ_p on üksnes selgitav tähtsus.

Soojusülekannet mõjutab soojuskandja voolamiskiirus, soojusjuhtivustegur, viskoossus, tihedus, erisoojus, ruumpaisumistegur, soojusülekandepinna kuju ja mõõdud ning soojuskandja ja pinna temperatuurivahe. Soojusülekandetegur arvestab kõiki soojusülekande efektiivsust mõjutavaid tingimusi kompleksselt. Soojusülekandeteguri informatsioonimahukust kinnitavad konvektiivse soojuslevi diferentsiaalvõrrandid (vt. jaotis 3.2).



Joon. 3.1. Temperatuuri muut soojuskandja piirikihis

Inseneriülesannetes arvutatakse soojusülekandetegur sarnasusteooria meetodil (vt. jaotised 3.3 ja 3.4).

Ettekujutuse soojusülekandeteguri suurusjärgust annab tabel 3.1.

Tabel 3.1. Soojusülekandeteguri suurusjärk [5]

Soojuskandja	Soojusülekande tingimus	α W/(m^2.K)
Gaas	vabakonvektsioon	6...100
	sundkonvektsioon	12...300
Vesi	vabakonvektsioon	100...1000
	sundkonvektsioon	1000...1200
	keemine torudes	580...55000
Veeaur	kelmeline kondenseerumine	4650...17500
	piisk-kondenseerumine	46500...140000

3.2. Soojuslevi diferentsiaalvõrrandid

Diferentsiaalvõrrandite abil uuritakse füüsikalisi protsesse. Konvektiivset soojuslevi voolavas keskkonnas iseloomustavad järgmised diferentsiaalvõrrandid:

$$
\begin{cases}
\alpha = -\dfrac{\lambda_s}{t_s - t_{sk}} \left(\dfrac{\partial t}{\partial n}\right)_{n \to 0} & (3.2) \\[2mm]
\dfrac{Dt}{d\tau} = a \cdot \nabla^2 t & (3.3) \\[2mm]
\rho \dfrac{D\vec{w}}{d\tau} = \rho g - \nabla p + \mu \cdot \nabla^2 \vec{w} & (3.4) \\[2mm]
\dfrac{\partial w_x}{\partial x} + \dfrac{\partial w_y}{\partial y} + \dfrac{\partial w_z}{\partial z} = 0 \ . & (3.5)
\end{cases}
$$

Allpool selgitame diferentsiaalvõrrandite (3.2)...(3.5) tähendust.

(3.2) − Soojusülekande diferentsiaalvõrrand kirjeldab soojusülekande pinnal soojuskandja piirikihis toimuvat soojuslevi.

(3.3) − Energia diferentsiaalvõrrand (Fourier'-Kirchhoffi) kirjeldab mittestatsionaarset temperatuurivälja soojuskandja (ρ = const.) voolamisel kolmemõõtmelises ruumis:

$$\frac{Dt}{d\tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z}$$

on täistuletis temperatuurist $t = f(x, y, z, \tau)$ aja järgi soojuskandja voolamiskiirusel $\vec{w}$. Võrrandis (3.3) kasutatud sümbol – $\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$ tähendab temperatuuri teist järku tuletist koordinaatide x, y ja z suunal. Tahkele kehale, mil $\vec{w} = 0$, saab energia võrrandi kirjutada järgmiselt:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 t . \qquad (3.3')$$

Statsionaarse temperatuurivälja puhuks, kui $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$, kehtib

$$\nabla^2 t = 0 . \qquad (3.3'')$$

(3.4) – Liikumise diferentsiaalvõrrand (Navier-Stokesi) määrab soojuskandja (ρ = const.) kiiruse jaotuse kolmemõõtmelises ruumis vektoriaalsel kujul. Võrrandi saab kirjutada ka järgmise süsteemina:

$$\begin{cases} \rho \frac{Dw_x}{d\tau} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) \\ \rho \frac{Dw_y}{d\tau} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right) \\ \rho \frac{Dw_z}{d\tau} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right), \end{cases}$$

kus $\frac{Dw_x}{d\tau}$, $\frac{Dw_y}{d\tau}$ ja $\frac{Dw_z}{d\tau}$ on kiiruse projektsioonide täistuletised aja järgi. Näiteks x-telje suunal on

$$\frac{Dw_x}{d\tau} = \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} .$$

Kokkusurutava soojuskandja puhuks, kui $\rho \neq$ const., saab liikumise diferentsiaalvõrrandi avaldada järgmiselt:

$$\frac{D\vec{w}}{d\tau} = g\beta_p \Delta t - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{w},$$

kus β_p – ruumpaisumistegur 1/K.

(3.5) – Pidevuse võrrand, mille aluseks on massi jäävuse seadus.

Võrrandisüsteemi [(3.2) (3.3) (3.4) (3.5)] lahendamine on väga töömahukas ülesanne. Seepärast kasutatakse soojusülekandeprotsessi arvutamiseks ühtaegu teoreetilisele analüüsile ja eksperimendile rajatud sarnasusteooriat.

3.3. Sarnasusteooria alused

Sarnasusteooria on õpetus sarnastest füüsikalistest protsessidest geomeetriliselt sarnastele objektidele.

Geomeetrilise sarnasuse tunnuseks on võrreldavate objektide kõigi geomeetriliselt vastavate mõõdete suhte (geomeetrilise sarnasuse teguri) $c_l = l_i'/l_i''$ jäävus.

Mis tahes füüsikalise parameetri välja sarnasuse tunnuseks on selle parameetri väärtuste suhete (sarnasustegur) $c_{\varkappa} = \varkappa_i'/\varkappa_i''$ jäävus võrreldavate väljade kõikides geomeetriliselt vastavates punktides. Sarnasusteguritevahelised seosed saadakse füüsikalist protsessi kirjeldavate diferentsiaalvõrrandite analüüsist.

Soojusülekande sarnasust määrava tingimuse avaldamist selgitatakse järgmiselt.

Kui tähistada soojusülekandetegurid sarnastele soojusülekande juhtudele geomeetriliselt vastavates punktides α_i' ja α_i'', siis soojusülekande diferentsiaalvõrrandi (3.2) põhjal saab kirjutada:

$$
\begin{cases}
\alpha_i' = -\dfrac{\lambda_{pi}'}{\Delta t_i'}\left(\dfrac{\partial t'}{\partial n'}\right)_i \\[2ex]
\alpha_i'' = -\dfrac{\lambda_{pi}''}{\Delta t_i''}\left(\dfrac{\partial t''}{\partial n''}\right)_i
\end{cases}
\qquad (3.6)
$$

Avaldanud sarnasustegurid järgnevalt:

$$
C_\alpha = \frac{\alpha_i'}{\alpha_i''}\ ;\quad C_\lambda = \frac{\lambda_{pi}'}{\lambda_{pi}''}\ ;\quad C_t = \frac{\Delta t_i'}{\Delta t_i''} = \frac{t_i'}{t_i''}\ ;\quad C_\ell = \frac{n_i'}{n_i''} = \frac{\ell_i'}{\ell_i''}\ , \qquad (3.7)
$$

saame (3.6) ja (3.7) lahendiks

$$
C_\alpha = \frac{C_\lambda \cdot C_t}{C_t \cdot C_\lambda}\ , \qquad \text{millest} \qquad \frac{C_\alpha \cdot C_\ell}{C_\lambda} = 1\ .
$$

Seega määrab soojusülekande sarnasuse mõõtühikuta avaldis

$$
\left(\frac{\alpha_i \cdot \ell_i}{\lambda_{pi}}\right)' = \left(\frac{\alpha_i \cdot \ell_i}{\lambda_{pi}}\right)''\ ,
$$

millist nimetatakse __Nusselti arvuks__:

$$
\boxed{Nu = \frac{\alpha \cdot \ell}{\lambda_p}}\ . \qquad (3.8)
$$

Soojusülekande intensiivsust mõjutab sundkonvektsioon, mida iseloomustatakse __Reynoldsi arvuga__:

$$
\boxed{Re = \frac{w \cdot \ell}{\nu}} \qquad (3.9)
$$

ja vabakonvektsioon, mida iseloomustab __Grashofi arv__:

$$
\boxed{Gr = \frac{g\,\ell^3}{\nu^2}\,\beta_p\,\Delta t}\ . \qquad (3.10)
$$

Soojuskandja füüsikaliste omaduste mõju soojusülekande

protsessile arvestab __Prandtli arv__:

$$
\boxed{Pr = \frac{\nu}{a}} \qquad (3.11)
$$

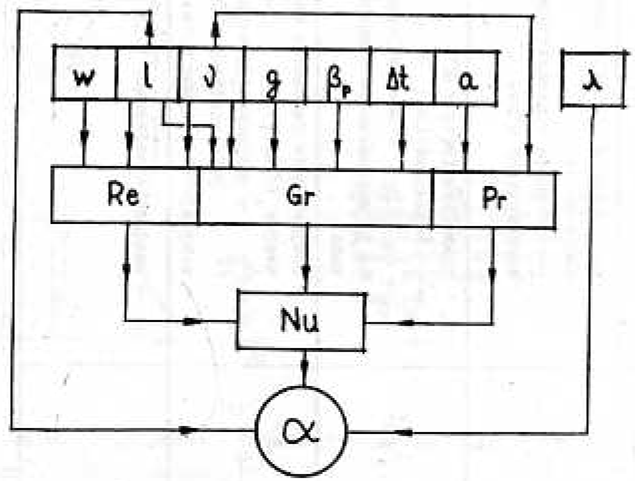
Nimetatud sarnasusarvusid selgitab lähemalt tabel 3.2. Soojusülekandetegur arvutatakse Nusselti sarnasusarvust (3.8):

$$
\boxed{\alpha = Nu\,\frac{\lambda}{\ell}}\ .
$$

Võrrand (3.12) Nusselti arvu avaldamiseks on empiiriline

$$
\boxed{Nu = C\,Re^{n_1}\,Gr^{n_2}\,Pr^{n_3}}\ . \qquad (3.12)
$$

Sarnasusvõrrandi rakendamist soojusülekande põhitüüpidele on selgitatud jaotises 3.4. Skeem soojusülekandeteguri arvutamiseks sarnasusarvude järgi on antud joonisel 3.2.



Joon. 3.2. Soojusülekandeteguri arvutusskeem

Tabel 3.2. Sarnasusarvud ja nende füüsikaline tähendus

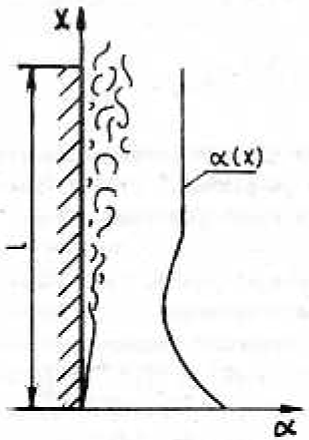
Tähis ja nimetus	Valem	Sarnasusarvu komponendid	Füüsikaline tähendus
Re Reynoldsi arv	$\frac{w \cdot l}{\nu}$	w - soojuskandja voolamiskiirus m/s, l - määravmõõde m, ν - soojuskandja kinemaatiline viskoossustegur m^2/s.	Iseloomustab voolamise hüdrodünaamikat. On inertsi ja viskoossusjõudude suhte avaldis. $Re < 2000$ tavaliselt laminaarsele voolamisele. $Re > 10\ 000$ tavaliselt turbulentsele voolamisele.
Gr Grashofi arv	$\frac{g l^3}{\nu^2} \beta_e \Delta t$	β_e - ruumpaisumistegur K^{-1} ($\beta_e = \frac{1}{T}$ ideaalgaasile), $\Delta t = t_s - t_w$ - soojusülekande pinna ja soojuskandja temperatuuride vahe.	Iseloomustab vabakonvektsiooni hüdrodünaamikat. On soojuskandja paisumisest tekkiva tõstejõu ja liikumist tõkestava viskoossusjõu suhte avaldis.
Pr Prandtli arv	$\nu \frac{\rho c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$	c_p - soojuskandja isobaarne massierisoojus J/(kg.K), $a = \frac{\lambda}{c_p \rho}$ - soojuskandja temperatuurijuhtivustegur m^2/s, λ - soojusjuhtivustegur W/(m.K).	Arvestab soojuskandja viskoossuse ja temperatuurijuhtivuse koosmõju. Gaasidele $Pr = 0,67...1,0$. Vedelikele $Pr = 1...2500$.
Nu Nusselti arv	$\frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$	α - soojusülekandetegur $W/(m^2.K)$.	Iseloomustab soojusülekande intensiivsust. Väljendab 1 meetri paksuse soojuskandjakihi soojustakistuse $1/\lambda$ suhet soojusülekande takistusse $1/\alpha$

3.4. Soojusülekandeteguri arvutus

3.4.1. Soojusülekanne vabakonvektsiooni puhul

Vabakonvektsiooni kutsub esile soojuskandja soojenemine või jahtumine soojusülekandepinnal. Soojenenud kihid liiguvad tõusvalt ning jahtunud kihid langevalt. Vabakonvektsiooni intensiivsust mõjutab muu hulgas soojusülekandepinna asend gravitatsioonivälja suhtes ja soojusvoo suund.

Joonisel 3.3 on selgitatud soojuskandja vabakonvektiivset soojenemist vertikaalpinnal. Pinna alumisel serval kujuneb soojuskandja laminaarne allkiht, mis kõrgemal areneb nõrgalt keerislise pealiskihiga üleminekupiirikihiks. Veelgi kõrgemal kujuneb välja turbulentne pealiskiht, mis hakkab laminaarset allkihti õhemaks uhtma. Soojusülekandetegur muutub pöördvõrdeliselt soojusülekandepinnal kujuneva piirikihi paksusele - vt. joon. 3.3.



Joon. 3.3. Tõusva vooluga vabakonvektsioon vertikaalpinnal. Soojusülekandetegur muutub pöördvõrdeliselt pinnal kujuneva piirikihi paksusega

Vabakonvektsiooni intensiivsust iseloomustatakse järgmise sarnasusvõrrandiga:

$$\boxed{Nu = C\,(Gr \cdot Pr)^n}, \qquad (3.13)$$

kus C ja n saab kõrvalolevast tabelist $Pr \geq 0{,}7$ puhuks. Määravparameetrid Nu, Gr ja Pr arvutamiseks võetakse siin piirikihi keskmisel temperatuuril

$$t_p = 0{,}5\,(t_s + t_{sk})\,.$$

Tabel 3.3. Võrrandi (3.13) juurde

Gr.Pr	C	n
$< 10^{-3}$	0,45	0
$10^{-3} \ldots 10^{3}$	1,18	1/8
$10^{3} \ldots 10^{9}$	0,54	1/4
$10^{9} <$	0,135	1/3

Määravmõõtmeks vertikaalpindade puhul on seina kõrgus, horisontaalpindade puhul nende väikseim mõõde ja horisontaalsetel varrastel või torudel nende läbimõõt.

Suhteliselt õhukeses soojuskandja kihis, kus vabakonvektsioon on tõkestatud (näiteks aknaklaaside vahel) kasutatakse soojusvoo avaldamiseks juhtivusliku soojuslevi valemit (2.2). Soojuskandja kihi ekvivalentne soojusjuhtivustegur arvutatakse järgmiselt:

$$\lambda_{ekv} = \left[0{,}18\,(Gr \cdot Pr)^{0{,}25}\right] \lambda_{sk}\,.$$

Näide 3.1. Töökojas on vesiküte. Ühe horisontaalse siledaseinalise küttetoru läbimõõt $d = 0{,}1$ m ja pikkus $l = 10$ m. Toru välispinna temperatuur $t_s = 85$ °C ja ruumi õhu temperatuur $t_õ = 20$ °C.

Arvutada soojusülekandetegur toru pinnal ja toru küttevõimsus (soojusvool) ülesandes antud tingimustel.

L a h e n d u s: Õhk-piirikihi keskmine temperatuur toru pinnal $t_p = 0{,}5(t_s + t_õ) = 0{,}5\,(85 + 20) = 52{,}5$ °C. Sellele vastavalt $\lambda_p = 2{,}84 \cdot 10^{-2}$ W/(m.K), $\nu_p = 18{,}2 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 0{,}697$, $\beta_p = 1/T_p = 1/(273+52{,}5) = 3{,}1 \cdot 10^{-3}$ 1/K.

$$Gr = \frac{g d^3}{\nu_p^2}\,\beta_p \Delta t = \frac{9{,}81 \cdot 0{,}1^3}{(18{,}2 \cdot 10^{-6})^2}\,3{,}1 \cdot 10^{-3}\,(85-20) =$$

$$= 5{,}97 \cdot 10^{6},$$

$$Gr \cdot Pr = 5{,}97 \cdot 10^{6} \cdot 0{,}697 = 4{,}16 \cdot 10^{6}.$$

Seega vastavalt tabelile 3.3

$$Nu = 0{,}54\,(Gr \cdot Pr)^{1/4} = 0{,}54\,(4{,}16 \cdot 10^{6})^{1/4} = 24{,}4$$

ja soojusülekandetegur

$$\alpha = Nu\,\frac{\lambda_p}{d} = 24{,}4\,\frac{2{,}84 \cdot 10^{-2}}{0{,}1} = 6{,}93 \text{ W/(m}^2\text{.K)}.$$

Toru küttevõimsus

$$\Phi = \alpha \cdot \Delta t \cdot \pi d l = 6{,}93 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot 10 \cdot (85-20) = 1415 \text{ W}.$$

3.4.2. Soojusülekanne torudes ja kanalites

Soojusülekandeteguri arvutamiseks soojuskandja voolamisel pikas* ja sirges torus avaldatakse Nu vastavalt soojuskandja voolamisrežiimile. Laminaarse voolamisrežiimi ($Re < 2 \cdot 10^{3}$) puhul

$$Nu = 0{,}15\,Re^{0{,}33}\,Pr_{sk}^{0{,}43}\,Gr^{0{,}1}\left(Pr_{sk}/Pr_s\right)^{0{,}25} \qquad (3.14)$$

ja turbulentse voolamisrežiimi ($Re > 10^{4}$) korral

$$Nu = 0{,}021\,Re^{0{,}8}\,Pr_{sk}^{0{,}43}\left(Pr_{sk}/Pr_s\right)^{0{,}25}. \qquad (3.15)$$

Ebastabiilse režiimipiirkonna ($2 \cdot 10^{3} < Re < 10^{4}$) kohta universaalsed valemid puuduvad.

Sarnasusvalemites esinev tegur $(Pr_{sk}/Pr_s)^{0{,}25}$ võtab arvesse soojusvoo suuna mõju soojusülekandele.

Lühikeste ja painutatud torude korral korrigeeritakse tulemust parandusteguritega.

Näide 3.2. Veesoojendusboileri torude siseläbimõõt $d = 16$ mm ja pikkus $l = 2$ m. Arvutada soojusülekandetegur toru sisepinnal, kui vee voolukiirus torus on $w = 0{,}995$ m/s, vee keskmine temperatuur $t_v = 40$ °C ja toru sisepinna temperatuur $t_s = 100$ °C.

L a h e n d u s: Vee soojusfüüsikalised parameetrid

---

*Toru loetakse siin pikaks, kui tema pikkus ületab läbimõõdu vähemalt 50 korda.

$t_v = 40$ °C juures – $\lambda_v = 0{,}634$ W/(m.K), $\nu_v = 0{,}659.10^{-6}$ m²/s, $Pr_v = 4{,}3$ ja $t_s = 100$ °C juures $Pr_s = 1{,}75$.

Voolamisrežiimi täpsustamiseks arvutame Reynoldsi arvu:

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu_v} = \frac{0{,}995.16.10^{-3}}{0{,}659.10^{-6}} = 2{,}42.10^4.$$

Seega on vee voolamine torus turbulentne ja Nusselti arv tuleb avaldada valemist (3.15):

$$Nu = 0{,}021\ Re^{0,8}\ Pr_v^{0,43} \left(Pr_v/Pr_s\right)^{0,25} =$$

$$= 0{,}021\ (2{,}42.10^4)^{0,8}.4{,}3^{0,43}.(4{,}3/1{,}75)^{0,25} = 158.$$

Siit saame soojusülekandeteguri

$$\alpha = Nu \frac{\lambda_v}{d} = 158 \frac{0{,}634}{16.10^{-3}} = 6260 \text{ W/(m}^2\text{.K)}.$$

Tulemus ei vaja parandamist, kuna tegemist on sirge ja pika toruga ($\ell/d > 50$).

3.4.3. Soojusülekanne torukimpudel

Sarnasusvõrrand antakse tavaliselt soojuskandja voolu suhtes risti paikneva üksiku toru või 20-realise torukimbu kohta järgmisel kujul:

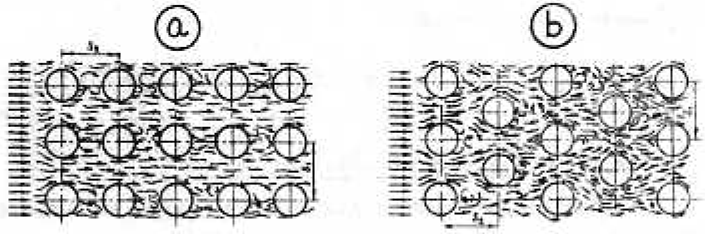
$$Nu = C\ Re^{n_1}\ Pr_{sk}^{n_2} \left(Pr_{sk}/Pr_s\right)^{0,25}. \quad (3.16)$$

C, n_1 ja n_2 väärtused leiab tabelist (3.4) $Pr \geq 0{,}6$ puhuks.

Tabel 3.4. Võrrandi (3.16) juurde

Torukimbu skeem	C	n_1	n_2	Re väärtusel
Üherealine	0,5	0,5	0,38	$5...10^3$
Üherealine	0,25	0,60	0,38	$10^3...2.10^5$
Koridorne	0,26	0,65	0,33	$2.10^2...2.10^5$
Malekorraline	0,41	0,60	0,33	$2.10^2...2.10^5$

Torukimbu skeeme selgitab joonis 3.4.



Joon. 3.4. a) koridorne torukimp,
b) malekorraline torukimp

Võrrandi (3.16) sarnasusarvude avaldamisel on määravad toru välisläbimõõt, soojuskandja keskmine voolukiirus torudevahelises kitsamas lõikes ja soojuskandja keskmine temperatuur torukimbus.

Parandusteguritega võetakse arvesse torude suhtelise sammu S_1/d ja S_2/d mõju, väljakujunemata turbulentsi mõju, kui toru ridu on alla 20, ja torude kaldenurga mõju soojuskandja voolusuuna suhtes.

Näide 3.3. Üksik toru välisläbimõõduga $d = 15$ mm ja pinna temperatuuriga 60 °C asub trafoõli voolus. Õli temperatuur on 20 °C ja voolukiirus $w = 0{,}2$ m/s. Arvutada soojusülekandetegur toru välispinnal, kui toru on voolusuunaga risti.

Lahendus: Trafoõli soojusfüüsikalised omadused $t_õ = 20$ °C juures – $\lambda_õ = 0{,}1106$ W/(m.K), $\nu_õ = 22{,}5.10^{-6}$ m²/s, $Pr_õ = 298$ ja $t_s = 60$ °C juures $Pr_s = 87{,}8$.

Siis Reynoldsi arv

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu_õ} = \frac{0{,}2.0{,}015}{22{,}5.10^{-6}} = 133{,}3.$$

Järelikult (vt. tabel 3.4) saame sarnasusvõrrandi (3.16) põhjal arvutada Nusselti arvu järgmiselt:

$$Nu = 0{,}5\ Re^{0,5} Pr_õ^{0,38} \left(Pr_õ/Pr_s\right)^{0,25} =$$

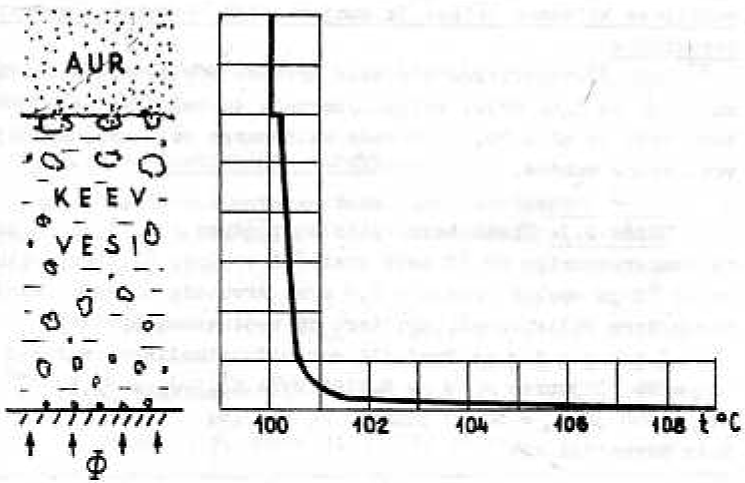
$$= 0{,}5.133{,}3^{0,5}.298^{0,38}(298/87{,}8)^{0,25} = 68{,}21.$$

Siis soojusülekandetegur

$$\alpha = \mathrm{Nu}\,\frac{\lambda_õ}{d} = 68{,}21\,\frac{0.1106}{0{,}015} = 503\ \mathrm{W/(m^2.K)}.$$

3.4.4. Soojusülekanne vedelike keemisel

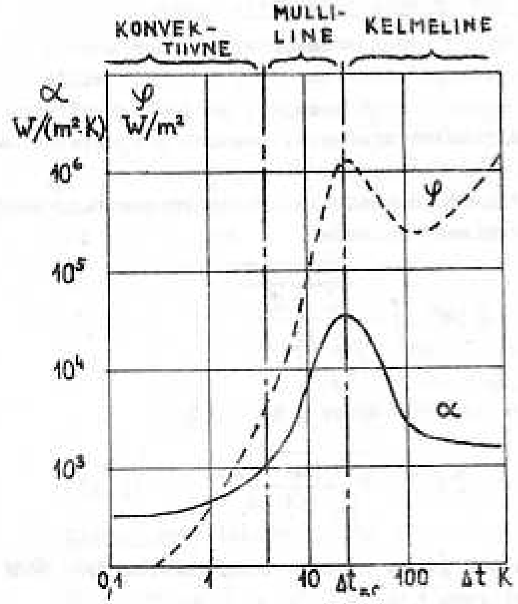
Keemisel saavad aurumullid tekkida ükenes ülekuumendatud vedelikukihis, sest soojusülekandepinnal sündivate aurumullide siserõhk peab tasakaalustama vedeliku staatilise ja mulli kesta pindpinevusjõust tingitud rõhu. Seetõttu peab soojusülekandepinna temperatuur ületama vedeliku keemis- ehk küllastustemperatuuri (vt. joon. 3.5).



Joon. 3.5. Temperatuuri muut keeva vee kihis (näide)

Soojusülekandepinna temperatuuri tõstmisel intensiivistub aurumullide teke ja paranevad soojusülekande tingimused (vt. joonis 3.6).

Teatud kriitilisest temperatuurivahest Δt_{kr} alates muutub keemine kelmeliseks, s.t. mullide asemel tekib keemispin-



Joon. 3.6. Soojusülekandetegur ja soojusvoog sõltuvalt temperatuurivahest $\Delta t = t_s - t_{küll}$ vee keemise puhuks rõhul 0,1 MPa

nale kobrutav aurukiht.

Aurukihi halb soojusjuhtivus põhjustab soojusülekandeteguri vähenemise (vt. joon. 3.6). Vee keemiskriisi piirkonnas rõhule $p = 0{,}1$ MPa - $\Delta t_{kr} = 25$ K,

$$\alpha_{kr} = 58.10^3\ \mathrm{W/(m^2.K)}\ \text{ja}\quad \varphi_{kr} = 1{,}45.10^6\ \mathrm{W/m^2}.$$

Soojusvahetites püütakse vältida vedeliku kelmelist keemisrežiimi.

Soojusülekandeteguri arvutamiseks vee mullilisele keemisele rõhuvahemikuks $p = (0{,}1...4)$ MPa võib kasutada näiteks järgmist empiirilist valemit:

$$\alpha = 122{,}5 \cdot \Delta t^{2,33} \cdot p^{0,5}\quad \mathrm{W/(m^2 \cdot K)}. \qquad (3.17)$$

3.4.5. Soojusülekanne auru kondenseerumisel

Aur kondenseerub, kui soojusülekandepinna temperatuur on madalam auru küllastustemperatuurist – $t_s < t_{küll}$, mille juures vabaneb auru kondenseerumissoojus. Soojusülekandepinnal kujunev kondensaadikelme moodustab peamise soojustakistuse soojusülekandele auru kondenseerumisel.

Soojusülekandeteguri püstseinale, mille kõrgus h m, saab arvutada näiteks järgmisest valemist:

$$\alpha = 0{,}943 \sqrt[4]{\frac{r_a \cdot \rho_k^2 \cdot g \cdot \lambda_k^3}{\mu_k \cdot \Delta t \cdot h}} \qquad (3.18)$$

ja rõhtsale torule välisläbimõõduga d m

$$\alpha = 0{,}728 \sqrt[4]{\frac{r_a \cdot \rho_k^2 \cdot g \cdot \lambda_k^3}{\mu_k \cdot \Delta t \cdot d}} . \qquad (3.19)$$

Soojusülekandetegur puhta veeauru kondenseerumisel võib olla 5000 $W/(m^2 \cdot K)$ piires.

Auru hulgas leiduv gaas võib oluliselt halvendada soojusülekande tingimusi kondenseerumisel. Näiteks 1% õhulisa veeauru hulgas võib vähendada soojusülekandetegurit kuni 60% võrra.

4. KIIRGUSLIK SOOJUSLEVI

4.1. Kiirgusvool ja kiirgusvoog

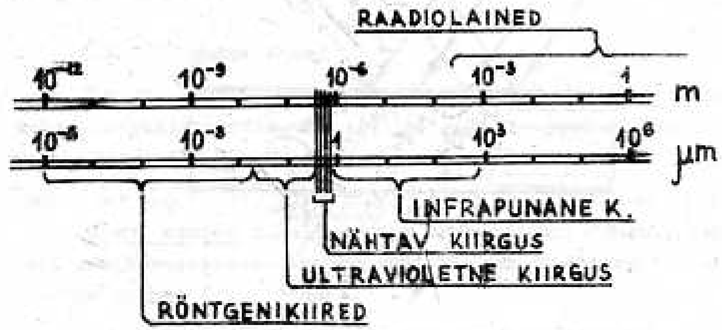
Konvektiivse soojusülekande kõrval võib keha pinnal toimuda kiirguslik soojusülekanne, kui keha asub soojuskiirgusele läbipaistvas keskkonnas.

Kõik tahked kehad ja vedelikud kiirgavad ja neelavad soojust õhukeses pinnakihis. Gaaside kiirgamine-neelamine on seevastu süvakihiline.

Kiirguslikku soojuslevi võib käsitleda nii energiakvantide ülekande nähtusena kui ka elektromagnetlaine levina. Käes-

olevas õpivahendis on valik langenud viimasele.

Joonisel 4.1 on näidatud elektromagnetilise kiirgusspektri väljad.



Joon. 4.1. Elektromagnetilise kiirgusspekteri väljad

Kiirgusvool tähendab keha pinnalt ühes ajaühikus väljakiirguvat energiat.

Kiirgusvoog $E = d\Phi_E / dA$ on elementaarpinna dA kiirgusvool.

Keha pinnale langev kiirgusvool Φ_E võib osalt kehas neelduda – Φ_A, keha pinnalt peegelduda – Φ_R ja keha läbida – Φ_D (vt. joonis 4.2). Neelduva, peegelduva ja läbiva energia suhtelisi osi nimetatakse vastavalt:

$\Phi_A / \Phi_E = \mathcal{A}$ – neeldumistegur,

$\Phi_R / \Phi_E = \mathcal{R}$ – peegeldustegur,

$\Phi_D / \Phi_E = \mathcal{D}$ – läbitavustegur.

$$\mathcal{A} + \mathcal{R} + \mathcal{D} = 1 . \qquad (4.1)$$

Teoreetilised mudelkehad võivad olla järgmised:

$\mathcal{A} = 1$ $(\mathcal{R} + \mathcal{D} = 0)$ – mustkeha (absoluutselt must keha),

$\mathcal{R} = 1$ $(\mathcal{A} + \mathcal{D} = 0)$ – absoluutne peegel,

$\mathcal{D} = 1$ $(\mathcal{A} + \mathcal{R} = 0)$ – absoluutselt läbipaistev keha.